stärkere finanzielle Rolle spielen als gegenwärtig, und die Fahrgäste sollten auch einen höheren Beitrag zur Finanzierung des ÖPNV leisten. Ein Ausscheiden des Bundes aus der ÖPNV-Verantwortung – oder zumindest eine erhebliche Verringerung seiner Rolle – würde die Unternehmen von vielen der aufwendigen, ineffizienten Bundesverordnungen und -gesetze entlasten und ihnen dabei eine größere Entscheidungsfreiheit ermöglichen, während ihre finanzielle Verantwortlichkeit erheblich stiege. Zwangsläufig müßten sie dann die Kosten und die Nutzen von vorgeschlagenen Projekten sorgfältiger gegeneinander abwägen.

Die finanzielle Verantwortlichkeit im ÖPNV in der Bundesrepublik könnte auch erhöht werden, wenn die Kommunen und Länder einen erheblich größeren Anteil der Subventionslast im SPNV tragen. Es besteht kein überzeugender wirtschaftlicher Grund, diesen ausschließlich lokalen Verkehr überwiegend vom Bund finanzieren zu lassen. Gleichermaßen fragt es sich, warum SPNV-Fahrgäste so intensiv subventioniert werden, während andere ÖPNV-Fahrgäste in denselben Gebieten den größten Anteil der Kosten durch Fahrpreise decken müssen. Schließlich würde es die Effizienz des SPNV fördern, entweder der Bundesbahn mehr Entscheidungsfreiheit im SPNV zu gewähren oder die Länder und Kommunen zu zwingen, eine größere Unternehmerrolle und die damit verbundene finanzielle Verantwortung zu übernehmen.

Es ist nicht zu erwarten, daß die hier vorgeschlagenen Maßnahmen ohne politischen Widerstand durchgeführt werden könnten. Sie weisen aber in die Richtung, wie die zukünftige ÖPNV-Politik gestaltet werden sollte, um die offenkundigen Unzulänglichkeiten der gegenwärtigen Finanzierung zu lindern.

Summary

Although subsidies to urban public transport (transit) have reached high levels in both the United States and West Germany, the impacts of subsidies have been quite different in the two countries. In general, transit subsidies have produced far greater benefits in West Germany – as reflected by service levels and ridership. Most of the subsidy growth in the U. S. has been dissipated by rapid cost escalation and deteriorating productivity in the transit industry. By contrast, productivity has increased in Germany, and real per-unit costs have risen only half as rapidly as those in the U. S.

This article presents a detailed description of urban transit finance in both countries, with particular emphasis on those factors that help explain the differential success of transit. The authors analyze differences in the organization and financing of mass transit, in the roles played by various levels of government, in the methods of subsidy distribution, and in the goals and prerequisites for subsidies. Transporation policy in general as well as urban land-use patterns, lifestyle, and economic conditions are also considered.

The key to the failure or success of subsidies is found to be the degree to which local transit decisionmakers are held accountable for the financial consequences of their decisions. The improvement of transit finance depends, therefore, on increased fiscal responsibility at the local level and a tighter match between the costs and benefits of proposed expenditures of subsidy funds.

Poisson-Modelle in der Verkehrsnachfrageforschung

v. s t. a

VON HEINZ HAUTZINGER, HEILBRONN

1. Einführung

1.1 Vorbemerkungen

In der Verkehrswissenschaft wurde die Nützlichkeit von Poisson-Modellen als statistische Analyse- und Prognoseinstrumente schon früh erkannt. So finden sich in der Literatur auch vielfältige Beispiele für erfolgreiche Anwendungen von Poisson-Modellen in solchen Gebieten wie Verkehrsflußanalyse, Analyse von Stau- und Wartezeitproblemen sowie nicht zuletzt im Bereich der Verkehrsunfallanalyse[1].

Im Gegensatz hierzu gibt es bisher nur vergleichsweise wenige Ansätze, welche Poisson-Modelle zur Beschreibung, Analyse und Prognose von Aktivitäten- und Verkehrsverhaltensmustern benutzen. Es ist das Ziel dieses Beitrags, auf das breite Spektrum der Anwendungsmöglichkeiten von Poisson-Modellen in der Verkehrsnachfrageforschung aufmerksam zu machen.

1.2 Die Poisson-Verteilung als Verteilungsmodell für Deskriptoren und Bestimmungsfaktoren der Verkehrsnachfrage

Das Modell der Poisson-Verteilung ist in der Verkehrsnachfrageforschung in vielen verschiedenen Zusammenhängen anwendbar. Dies resultiert aus dem Umstand, daß viele Merkmale, welche die Verkehrsnachfrage von Individuen, Haushalten, Unternehmen und sonstigen Institutionen beschreiben, Variable sind, welche nur die Werte 0, 1, . . . annehmen können. Dies gilt zum Beispiel für folgende Deskriptoren der Verkehrsnachfrage:

- Zahl der täglichen außerhäuslichen Aktivitäten einer Person,
- Zahl der jährlichen Fernreisen einer Person,
- Zahl der täglichen Fahrten und Fußwege aller Mitglieder eines Haushalts,
- Zahl der in einem Betrieb ankommenden Transporte pro Tag.

Auch die gestutzte Poisson-Verteilung (Wertebereich 1, 2, . . .) hat eine Reihe von Anwendungsmöglichkeiten. Als Beispiel sind die Nachfragemerkmale
- Zahl der Insassen eines Pkw,

Anschrift des Verfassers:
Prof. Dr. Heinz Hautzinger
Institut für angewandte
Verkehrs- und Tourismusforschung e. V.
an der Fachhochschule Heilbronn
Max-Planck-Straße 39
7100 Heilbronn

1) Vgl. z. B. *Leutzbach, W.*, Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses, Berlin-Heidelberg-New York 1972 sowie *Greenshields, B. D., Weida, F. M.*, Statistics with Applications to Highway Traffic Analyses, Westport 1978.

– Zahl der Teilladungen pro Auslieferungsfahrt

zu nennen.

Schließlich sind auch einige wichtige Bestimmungsfaktoren der Verkehrsnachfrage zumindest näherungsweise als poissonverteilt anzusehen, z. B.
- Zahl der Pkw im Haushalt,
- Zahl der Mitglieder eines Haushalts (gestutzte Poisson-Verteilung),
- Zahl der eigenen Transportfahrzeuge eines Unternehmens.

Schon diese ersten Beispiele zeigen das breite Spektrum von Anwendungsmöglichkeiten der Poisson-Verteilung in der Verkehrsnachfrageforschung.

1.3 Vorzüge von Verkehrsnachfrageanalysen auf der Basis von Poisson-Modellen

Die Vorteile einer expliziten Berücksichtigung der Tatsache, daß viele wichtige Deskriptoren der Verkehrsnachfrage zumindest näherungsweise poissonverteilte Variable sind, liegen auf der Hand:

1. Die Schätzung wichtiger Kenngrößen der Verkehrsnachfrage wird genauer, wenn der Verteilungstyp der betrachteten Variablen berücksichtigt wird. Dies gilt insbesondere für die Schätzung von Mittelwerten und Streuungen bei interessierenden Nachfragevariablen und hier wiederum besonders im Hinblick auf die Zuverlässigkeit von Konfidenzintervallen.

2. In der empirischen Verkehrsnachfrageforschung laufen viele Abhängigkeitsanalysen darauf hinaus, die Gesamtstichprobe nach den einzelnen Kategorien des untersuchten Einflußfaktors in Teilstichproben aufzugliedern und zu prüfen, ob sich die Verteilung der betrachteten Nachfragevariablen zwischen den einzelnen Teilstichproben unterscheidet (z. B. Aktivitätenhäufigkeit in Abhängigkeit von der Berufstätigkeit der Person). Derartige Tests lassen sich effizienter gestalten, wenn man berücksichtigt, daß die abhängige Variable poissonverteilt ist.

3. Vielfach bedient man sich bei der Untersuchung von Abhängigkeiten vorteilhafterweise eines Regressionsmodells. Falls die abhängige Variable poissonverteilt ist, sind die Voraussetzungen des klassischen linearen Regressionsmodells nicht erfüllt und damit insbesondere die berechneten Signifikanzniveaus unzuverlässig. Diese Problematik wird vermieden, wenn man ein adäquates Poisson-Regressionsmodell verwendet.

4. Häufig interessiert nicht nur der Mittelwert oder die Streuung einer Nachfragevariblen, sondern ihre Verteilung als solche. Beispielsweise möchte man wissen, welcher Anteil der Personen 0, 1, . . . Fernreisen pro Jahr unternommen hat. Auch hier ist es vorteilhaft, von einer expliziten Verteilungsannahme auszugehen.

5. Bei der immer wieder geforderten Verwendung disaggregierter Verkehrsnachfragemodelle, welche als Mikromodelle von der einzelnen Entscheidungseinheit (Person, Haushalt, Unternehmen o. ä.) ausgehen, ist die Berücksichtigung der Verteilung der verschiedenen Modellvariablen wesentlich. Da viele Variable, vor allem diejenigen, welche mit dem Komplex der Verkehrserzeugung im Zusammenhang stehen, zumindest näherungsweise poissonverteilt sind, sollte dies auch bei der Modellformulierung berücksichtigt werden. Zu dem Aspekt der empirischen Relevanz, die außer Zweifel steht, kommt noch hinzu, daß die Poisson-Verteilung vom rein mathematischen Standpunkt zu den analytisch eher leicht handhabbaren Wahrscheinlichkeitsverteilungen gehört.

6. Obwohl die Verkehrsnachfrage ein dynamisches Phänomen ist, gibt es nur wenige dynamische Verkehrsnachfragemodelle. Angesichts der Tatsache, daß kaum ein anderes Teilgebiet der stochastischen Prozesse so intensiv untersucht wurde wie der Poisson-Prozeß, liegt es nahe, zur Beschreibung und Erklärung der Verkehrsnachfrage diese Klasse von stochastischen Prozessen zu verwenden.

7. Generell gilt, daß mit den Poisson-Modellen ein vielgestaltiges und in einer Vielzahl von praktischen Anwendungen innerhalb und außerhalb des Verkehrswesens erprobtes statistisches Instrumentarium zur Verfügung steht. Dieses Instrumentarium sollte auch für die empirische Verkehrsnachfrageforschung flexibel genutzt werden.

2. Poisson-Modelle: Ein Überblick

2.1 Allgemeines

Poisson-Modelle der Verkehrsnachfrage stellen entweder Anwendungen der Poisson-Verteilung oder der Poisson-Prozesse dar. Im ersten Fall wird angenommen, daß eine bestimmte, die Verkehrsnachfrage von Individuen oder Haushalten beschreibende Variable – wie z. B. die Zahl der täglichen Wege und Fahrten der Mitglieder eines Haushalts – eine Zufallsvariable ist, welche eine Poisson-Verteilung besitzt. Man kann dann der Frage nachgehen, von welchen systematischen Bestimmungsfaktoren die Verteilung des interessierenden Deskriptors der Verkehrsnachfrage abhängt, Hypothesen über die Abhängigkeit des Verkehrsverhaltens von bestimmten Einflußgrößen testen und schließlich mit Hilfe des Poisson-Modells auch statistische Prognosen für die Verkehrsnachfrage erstellen.

Im Fall der Anwendung der Poisson-Prozesse wird demgegenüber angenommen, daß einem bestimmten beobachtbaren Verhaltensphänomen (z. B. der Zahl der wöchentlichen Einkaufsfahrten eines Haushalts) ein stochastischer Prozeß vom Poisson-Typ zugrunde liegt (z. B. ein Prozeß der Bedürfnisakkumulation). Hier geht man also von der Vorstellung aus, daß ein bestimmter Poisson-Prozeß die beobachtbare Verteilung der interessierenden Kenngröße der Verkehrsnachfrage „erzeugt". Man kann dann untersuchen, welche systematischen Faktoren auf den verhaltenserzeugenden Poisson-Prozeß einwirken und nach geeigneter Spezifikation und Test des Modells stochastische Vorhersagen des Verkehrsnachfrageverhaltens ableiten.

Während im ersten Fall die Beschreibung und Analyse der Verkehrsnachfrage im Vordergrund steht, liegt im zweiten Fall der Schwerpunkt auf der Erklärung des Zustandekommens der beobachtbaren Nachfragephänomene. Im folgenden wird eine kurze mathematische Darstellung der Poisson-Verteilung und der Poisson-Prozesse gegeben. Für detailliertere Behandlungen kann auf eine Vielzahl vorliegender Monographien verwiesen werden[2].

2) Vgl. *Haight, F. A.*, Handbook of the Poisson Distribution, London 1967; *Johnson, N. L., Kotz, A.*, Distributions in Statistics: Discrete Distributions, Boston 1969; *Shapiro, S. S., Gross, A. J.*, Statistical Modelling Techniques, New York-Basel 1981.

2.2 Poisson-Verteilung

Eine diskrete Zufallsvariable X, welche die Werte x = 0, 1, 2, . . . annehmen kann und deren Wahrscheinlichkeitsfunktion durch

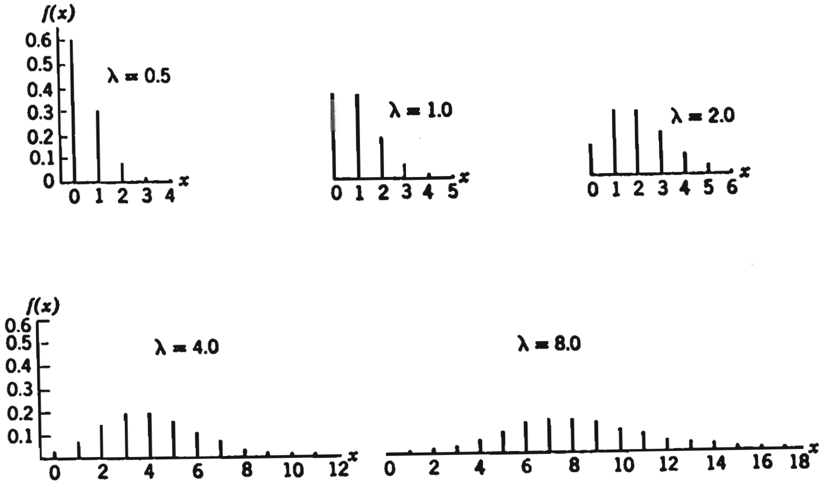
(2.2.1) $$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \qquad (\lambda > 0)$$

gegeben ist, wird poissonverteilt genannt. Für den Erwartungswert und die Varianz von X ergibt sich

(2.2.2) $$E(X) = \lambda \quad \text{und} \quad \mathrm{var}(X) = \lambda\,.$$

Die nachfolgende Abbildung 2.2.1 zeigt den Einfluß des Parameters λ auf die Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x) = P(X = x)$.

Abbildung 2.2.1: *Poisson-Verteilungen mit unterschiedlichen Werten des Parameters* λ.



Die Poisson-Verteilung ist stets rechtsschief und ihr Modalwert ist gleich $[\lambda]$, wobei $[\lambda]$ die größte ganze Zahl kleiner gleich λ ist; ist λ ganzzahlig, so ist sowohl λ als auch $\lambda - 1$ Modalwert (vgl. Abbildung 2.2.1). Für $\lambda \geqslant 5$ kann die Poisson-Verteilung durch eine Normalverteilung mit Erwartungswert und Varianz jeweils gleich λ approximiert werden.

Ist $X_1, \ldots, X_n$ eine Zufallsstichprobe aus einer poissonverteilten Grundgesamtheit (n unabhängige Zufallsvariable, alle mit derselben Poisson-Verteilung), so ist der Stichprobenmittelwert $\overline{X} = (X_1 + \ldots + X_n)/n$ die Maximum-Likelihood-Schätzfunktion für den unbekannten Parameter λ. Sofern $n \geqslant 30$ ist, unterliegt $\overline{X}$ näherungsweise einer Normalverteilung mit Erwartungswert λ und Varianz λ/n. Da die Zufallsvariable $(\overline{X} - \lambda)/\sqrt{(\lambda/n)}$ näherungsweise standardnormalverteilt ist, können Hypothesen über λ auf einfache Weise mit dem üblichen Einstichproben-Gaußtest geprüft werden. Die Grenzen λ_u und λ_o eines Konfidenzintervalls für λ zum Sicherheitsgrad $1 - \alpha$ erhält man näherungsweise wie folgt

(2.2.3) $$\lambda_u = \frac{1}{2n} \chi^2_{2n\bar{x};\alpha/2}$$

und

(2.2.4) $$\lambda_o = \frac{1}{2n} \chi^2_{2(n\bar{x}+1);1-\alpha/2}\,.$$

wobei $\chi^2_{k;\gamma}$ das γ-Quantil einer Chi-Chadrat-Verteilung mit k Freiheitsgraden ist.

Gelegentlich ist es angebracht, die an der Stelle X = 0 gestutzte Poisson-Verteilung zu verwenden, deren Wahrscheinlichkeitsfunktion durch

(2.2.5) $$f^*(x) = P(X=x \mid X>0) = \frac{\lambda^x}{x!}(e^{\lambda} - 1)^{-1} \qquad (x=1,2,\ldots)$$

gegeben ist. Es gilt

(2.2.6) $$E(X \mid X>0) = \lambda/(1 - e^{-\lambda})$$

sowie

(2.2.7) $$\mathrm{var}(X \mid X>0) = \frac{\lambda\{1 - (\lambda+1)e^{-\lambda}\}}{(1 - e^{-\lambda})^2}$$

Liegt eine Zufallsstichprobe vom Umfang n aus einer Poisson-Verteilung vor und ist $\bar{x}$ der Mittelwert dieser Stichprobe, so erhält man den Maximum-Likelihood-Schätzwert für den Parameter λ der gestutzten Poisson-Verteilung durch Auflösung der Gleichung

(2.2.8) $$\lambda/(1 - e^{-\lambda}) - \bar{x} = 0\,.$$

Sind X_1 und X_2 unabhängige poissonverteilte Zufallsvariable mit den Parametern λ_1 bzw. λ_2, so unterliegt die Summe $Y = X_1 + X_2$ wieder einer Poisson-Verteilung mit dem Parameter $\lambda_1 + \lambda_2$. Dieses Ergebnis kann auf die Summe von m unabhängigen poissonverteilten Zufallsvariablen direkt übertragen werden.

Schließlich kann man auch mehrdimensionale Zufallsvariable betrachten, deren gemeinsame Verteilung so beschaffen ist, daß die Randverteilung jeder einzelnen Zufallsvariablen eine Poisson-Verteilung ist. Solange es sich hierbei um unabhängige Zufallsvariable handelt, ergeben sich keinerlei theoretische Probleme; interessante neue Gesichtspunkte kommen jedoch ins Spiel, wenn man von einer Korrelation zwischen den einzelnen jeweils poissonverteilten Variablen ausgeht. Von *Holgate* wurde gezeigt: Sind X_1 und X_2 jeweils poissonverteilt mit den Parametern λ_1 und λ_2 und gilt ferner $\mathrm{cov}(X_1, X_2) = \zeta$ $(\zeta > 0)$, so hat die gemeinsame Verteilung von X_1 und X_2 folgende Form

(2.2.9) $$P(X_1=x_1, X_2=x_2) = e^{-(\zeta+\lambda_1+\lambda_2)} \times \sum_{j=0}^{\min(x_1,x_2)} \frac{\zeta^j}{j!} \frac{\lambda_1^{x_1-j}}{(x_1-j)!} \frac{\lambda_2^{x_2-j}}{(x_2-j)!}$$

für x_1, x_2 = 0, 1, 2, ... Für den Korrelationskoeffizienten gilt

$$(2.2.10) \qquad \mathrm{corr}(X_1,X_2) = \zeta\,(\lambda_1)^{-\frac{1}{2}}(\lambda_2)^{-\frac{1}{2}} .$$

Der Korrelationskoeffizient kann den Wert $\min\{(\lambda_1/\lambda_2)^{1/2}, (\lambda_2/\lambda_1)^{1/2}\}$ nicht übersteigen, was zumindest im Fall $\lambda_1 \neq \lambda_2$ eine Einschränkung der praktischen Anwendbarkeit der Verteilung (2.2.9) darstellt. Zur Schätzung der Parameter λ_1, λ_2 und ζ stehen mehrere Methoden zur Verfügung[3].

2.3 Mischung von Poisson-Verteilungen

Manchmal ist es plausibel anzunehmen, daß der Parameter λ einer Poisson-Verteilung keine Konstante ist, sondern selbst einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegt. So wird bei Unfallanalysen oft davon ausgegangen, daß die erwartete Unfallhäufigkeit („Unfallneigung") nicht für alle Personen einer Grundgesamtheit gleich ist, sondern vielmehr selbst eine Zufallsvariable darstellt. In diesem Fall ist also die bedingte Verteilung von X eine Poisson-Verteilung mit Parameter λ. Schreibt man $f(\lambda)$ für die Dichtefunktion der Zufallsvariablen λ, so erhält man die interessierende Randverteilung von X aus der Beziehung

$$(2.3.1) \qquad P(X=x) = \int_0^{\infty} \{e^{-\lambda}\lambda^x/x!\}\, f(\lambda)\,d\lambda \qquad (x=0,1,2,\ldots)$$

Die durch (2.3.1) gegebene Verteilung nennt man Mischung von Poisson-Verteilungen und f die Mischungsverteilung von λ. Unabhängig von der speziellen Form der Mischungsverteilung gilt

$$(2.3.2) \qquad E(X) = E(\lambda) \quad \text{und} \quad \mathrm{var}(X) = \mathrm{var}(\lambda) + E(\lambda) .$$

Außerdem kann gezeigt werden: Ist ϕ (t) die charakteristische Funktion von λ, so ist die charakteristische Funktion von X durch $\phi\,([e^{it} - 1]/i)$ gegeben[4].

Häufig wird angenommen, daß der Parameter λ einer Gammaverteilung unterliegt, daß also

$$(2.3.3) \qquad f(\lambda) = \frac{\alpha^{\nu}}{\Gamma(\nu)}\,\lambda^{\nu-1}e^{-\alpha\lambda} \qquad (\alpha,\nu,\lambda > 0)$$

gilt. Unter dieser Voraussetzung besitzt X eine negative Binomialverteilung der Form

$$(2.3.4) \qquad P(X=x) = \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{\nu} \frac{\nu(\nu+1)\ \ldots\ (\nu+x-1)}{(1+\alpha)^x\ x!} \qquad (x=0,1,\ldots)$$

mit $E(X) = \nu/\alpha$ und $\mathrm{var}(X) = (\nu/\alpha)\,(1+1/\alpha)$. Ein einfaches Verfahren zur Schätzung der Parameter α und ν besteht darin, den Erwartungswert und die Varianz von X gleich dem Stichprobenmittelwert bzw. der mittleren quadratischen Abweichung der Stichprobenwerte zu setzen; man erhält so zwei Gleichungen, aus denen α und ν bestimmt werden können.

3) Vgl. *Holgate, P.*, Estimation for the Bivariate Poisson Distribution, in: Biometrika, Band 51, 1964, S. 241–249.

4) Vgl. *Kendall, M. G., Stuart, A.*, The Advanced Theory of Statistics, Band 1, London 1969.

2.4 Poisson-Verteilung als Mischungsverteilung

Es sei $X = X_1 + \ldots + X_N$, wobei die X_i unabhängige identisch verteilte Zufallsvariable sind. Die Zahl N der Summanden sei ebenfalls eine Zufallsvariable, welche einer Poisson-Verteilung mit Parameter λ unterliegen möge. Hier spielt also die Poisson-Verteilung die Rolle einer Mischungsverteilung für N. Die Verteilung der Summe X hängt naturgemäß außer von λ auch noch von der Verteilung der einzelnen Summanden X_i ab. Allgemein gilt $E(X) = \xi\lambda$, wobei $\xi = E(X_i)$.

Sind die X_i selbst auch poissonverteilt mit Parameter μ, so besitzt X eine Neyman-Typ-A Verteilung, d. h.

$$(2.4.1) \qquad P(X=x) = \frac{\mu^x}{x!}\,e^{-\lambda}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{j^x}{j!}\{\lambda e^{-\mu}\}^j \qquad (\lambda,\mu > 0)$$

für x = 0, 1, 2, ... Handelt es sich bei den X_i um Bernoullivariable mit der Erfolgswahrscheinlichkeit θ, so folgt X einer Poisson-Verteilung mit dem Parameter $\lambda\theta$. Schließlich kann noch gezeigt werden, daß bei geometrisch verteilten X_i die Summe X eine Polya-Aeppli-Verteilung besitzt und daß man bei logarithmisch verteilten Summanden für die Summe eine negative Binomialverteilung erhält[5].

2.5 Poisson-Regressionsmodelle

In Abschnitt 2.3 war angenommen worden, daß der Parameter λ eine Zufallsvariable mit einer bestimmten Verteilung ist. Wenn man nicht nur weiß, wie der Parameter λ in der Grundgesamtheit variiert, sondern Faktoren kennt, welche den Erwartungswert der poissonverteilten Variablen systematisch beeinflussen, so kann man λ explizit als Funktion dieser Einflußfaktoren betrachten. Man kommt so zu den Poisson-Regressionsmodellen.

Es sei x_{ij} der Wert des j-ten Einflußfaktors bei der i-ten Meßstelle und $x_i = (x_{i1}, \ldots, x_{im})$. An der Stelle x_i werden n_i Beobachtungen der poissonverteilten abhängigen Variablen durchgeführt und es wird Y_{ik} für den k-ten Beobachtungswert an der i-ten Meßstelle geschrieben (i = 1, . . . K_i k = 1, . . ., n_i). Die Y_{ik} seien unabhängige (poissonverteilte) Zufallsvariable, für deren Erwartungswert gilt

$$(2.5.1) \qquad E(Y_{ik}) = g(\underline{x}_i, \underline{\theta}) \qquad (i=1,\ldots,K;\ k=1,\ldots,n_i)$$

wobei $\underline{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_p)'$ ein p-dimensionaler Vektor von Parametern ist. Diese Parameter sind unbekannt und sollen geschätzt werden. Hierzu müssen die Realisationen y_{ik} der poissonverteilten Kriteriumsvariablen vorliegen, und es muß ferner gewährleistet sein, daß $g(x_i, \underline{\theta})$ eine differenzierbare Funktion von $\underline{\theta}$ ist, daß die K Vektoren x_i der erklärenden Variablen fest vorgegeben oder durch die Situation eindeutig bestimmt sind und daß die Zahl K der Meßstellen die Zahl p der unbekannten Parameter übersteigt.

5) Vgl. *Kendall, M. G., Stuart, A.*, The Advanced Theory . . ., a.a.O.

In der Arbeit von *Frome, Kutner* und *Beauchamp*[6] wird gezeigt, wie unter den genannten Voraussetzungen die Parameter $\theta_1, \ldots, \theta_p$ geschätzt werden können, und es werden Chi-Quadrat-Tests zur Prüfung der Modellvoraussetzungen und der Anpassungsgüte des Modells behandelt. Ein wesentlicher Punkt ist natürlich die geeignete Spezifikation der Funktion $g(x_i, \theta)$; wünschenswert ist es, die funktionale Form von g nicht unter rein deskriptiven Gesichtspunkten festzulegen, sondern vielmehr aus sachlogischen bzw. theoretischen Überlegungen abzuleiten.

2.6 Poisson-Modelle für Kontingenztafeln

Klassifiziert man die Untersuchungseinheiten in einer Stichprobe nach zwei oder mehreren kategoriellen Merkmalen gleichzeitig, so erhält man eine zwei- oder mehrdimensionale Kontingenztafel. In bestimmten Fällen kann man die Besetzungshäufigkeiten der Zellen der Kontingenztafel als poissonverteilte Zufallsgrößen betrachten. Ein Beispiel hierfür wäre etwa eine Kontingenztafel, welche die insgesamt n Transporte, die während einer Woche bei einem Betrieb angekommen sind, aufgegliedert nach dem Wochentag und dem beteiligten Spediteur zeigt. In einer solchen Kontingenztafel sind die beobachteten Besetzungshäufigkeiten n_{ij} der Zellen (i, j) Realisationen von (unabhängigen) poissonverteilten Zufallsvariablen N_{ij}, und auch die Summe n der Besetzungshäufigkeiten ist Realisation einer Zufallsvariablen N. Sofern die N_{ij} unabhängig sind, ist auch N poissonverteilt (vgl. Abschnitt 2.2).

Dieses Poisson-Modell für Kontingenztafeln kann immer dann zur Anwendung kommen, wenn durch den Stichprobenplan keine Randverteilungen und auch nicht die Gesamtzahl der Beobachtungen vorgegeben ist. Dies ist häufig der Fall, wenn es sich bei den Untersuchungseinheiten um Ereignisse (z. B. Ankünfte von Fahrzeugen) handelt. Bezeichnet man den Erwartungswert von N_{ij} mit λ_{ij}, so kann man die meist interessierende Hypothese der Multiplikativität in der Form

$$H_0: \quad \lambda_{ij} = \lambda_{i.}\lambda_{.j}/\lambda_{..} \quad \text{wobei} \quad \lambda_{i.}=\sum_j \lambda_{ij} \quad \text{usw.}$$

schreiben. Ob dieses multiplikative Poisson-Modell für die Kontingenztafel gilt, kann statistisch mit Hilfe eines Chi-Quadrat-Tests (likelihood-ratio test) geprüft werden.

Zur Analyse von Kontingenztafeln bedient man sich vorteilhafterweise des Konzepts der log-linearen Modelle. Dieses Analysekonzept hat den Vorzug der Anwendbarkeit auf höherdimensionale Kontingenztafeln und erlaubt die Prüfung einer Vielzahl von interessierenden statistischen Hypothesen über den Zusammenhang zwischen den betrachteten Untersuchungsmerkmalen[7].

2.7 Poisson-Prozesse

Es sei N_t die Anzahl zufälliger Ereignisse eines bestimmten Typs, welche sich im festen Zeitintervall [0, t] ereignen (z. B. Unfälle an einer bestimmten Kreuzung während eines

6) Vgl. *Frome, E. L., Kutner, M. H., Beauchamp, J. J.*, Regression Analysis of Poisson-Distributed Data, in: Journal of the American Statistical Association, Band 68, Nr. 344, 1973, S. 935–940.

7) Eine leicht verständliche Darstellung findet man z. B. bei *Hartung, J., Elpelt, B., Klösener, K. H.*, Statistik – Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik, München-Wien 1984.

Monats). Für jedes feste t ist N_t eine Zufallsvariable, welche die Werte k = 0, 1, 2 ... annehmen kann. Durch

(2.7.1) $$\{N_t \mid 0 \leq t < \infty\}$$

ist dann ein stochastischer Prozeß gegeben, welcher zur Klasse der Signalprozesse gehört. Als „Signal" wird hierbei das Eintreten des interessierenden Ereignisses betrachtet.

Bei vielen Anwendungen ist es plausibel, von folgenden Annahmen über den Prozeß (2.7.1) auszugehen:

1. Die Zahl der Ereignisse, die sich während nicht überlappender Zeitintervalle ereignen, sind voneinander unabhängige Zufallsvariable.
2. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten einer ganz bestimmten Anzahl von Ereignissen in Zeitintervallen gleicher Länge ist konstant, d. h. unabhängig von der Lage dieser Intervalle auf der Zeitachse.
3. Die Wahrscheinlichkeit, daß in einem kurzen Zeitintervall der Länge h genau ein Ereignis eintritt, ist näherungsweise gleich λh, d. h. proportional zur Länge dieses Intervalls; der Proportionalitätsfaktor $\lambda > 0$ wird als „Intensität" des Prozesses bezeichnet.
4. Die Wahrscheinlichkeit, daß in einem hinreichend kleinen Zeitintervall zwei oder mehr Ereignisse eintreten, ist praktisch gleich Null.

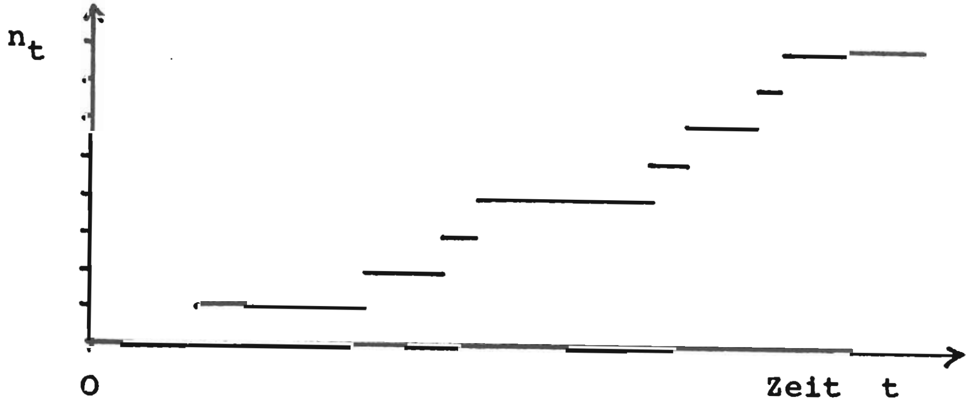
Man kann zeigen, daß unter diesen Voraussetzungen für die Zahl N_t der Ereignisse bis zum Zeitpunkt t $(0 \leqslant t < \infty)$ gilt

(2.7.2) $$P(N_t=k) = \frac{(\lambda t)^k \, e^{-\lambda t}}{k!} \qquad (k=0,1,2,\ldots)$$

d. h. N_t ist eine poissonverteilte Zufallsvariable mit $E(N_t) = \lambda t$. Der Prozeß (2.7.1) in Verbindung mit (2.7.2) wird homogener Poisson-Prozeß genannt.

Die Realisierungen eines homogenen Poisson-Prozesses können graphisch durch nichtabnehmende Treppenlinien dargestellt werden (Abbildung 2.7.1). Dem Eintreten eines Ereignisses in einem Zeitpunkt t entspricht ein Sprung der Treppenfunktion um eine Einheit.

Abbildung 2.7.1: *Realisierung eines homogenen Poisson-Prozesses*



Der Poisson-Prozeß ist wie kaum ein anderer stochastischer Prozeß Gegenstand eingehender theoretischer und anwendungsorientierter Untersuchungen gewesen und wurde in verschiedener Hinsicht verallgemeinert. Er kann sowohl zur Beschreibung und Prognose von Phänomenen dienen, deren zeitlicher Verlauf durch Treppenfunktionen des oben beschriebenen Typs darstellbar ist, als auch zur Erklärung des Zustandekommens bestimmter empirischer Verteilungen vom Poissonschen Typ herangezogen werden.

3. Bisherige Anwendungen von Poisson-Modellen in der Verkehrsnachfrageforschung

3.1 Statistische Analyse der Aktivitätenhäufigkeit von Personen

3.1.1 *Aktivitätenhäufigkeit als poissonverteilte Variable*

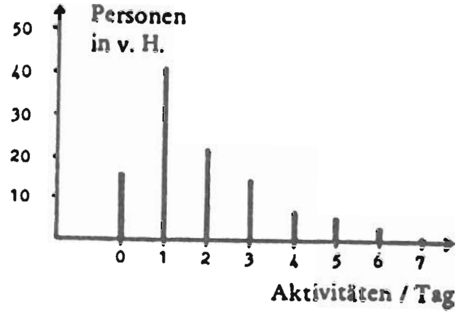
In der vorliegenden verkehrswissenschaftlichen Literatur finden sich einzelne Arbeiten, welche von der Poisson-Verteilung im Zusammenhang mit Nachfrageanalysen Gebrauch machen. So weist *Wermuth*[8] darauf hin, daß die Verteilung der täglichen Aktivitätenhäufigkeit von Personen der Poisson-Verteilung ähnelt. Aus diesem Grund wird in der genannten Arbeit die Kriteriumsvariable „Aktivitätenhäufigkeit" vor Anwendung varianzanalytischer Verfahren einer Quadratwurzeltransformation der Form $y = \sqrt{x + 3/8}$ unterworfen, um Normalität und vor allem Varianzstabilität zumindest näherungsweise zu erreichen.

Wermuth untersuchte auch die Frage, ob bei Unterscheidung einzelner Aktivitätskategorien (Arbeit, Dienst, Ausbildung, Einkauf, Erholung, Sonstiges) von poissonverteilten Aktivitätenhäufigkeiten ausgegangen werden kann. Zu diesem Zweck wurde geprüft, ob bei Zerlegung der Gesamtstichprobe in eine größere Zahl von Gruppen die gruppenspezifischen Mittelwerte und Standardabweichungen der Aktivitätenhäufigkeit ($\bar{x}_i$ bzw. s_i) um eine Funktion des Typs $S = \alpha\bar{x}^{ß}$ ($\alpha > 0$; $0 < ß \leqslant 1$) streuen. Sofern die Aktivitätenhäufigkeit tatsächlich poissonverteilt ist, darf sich der ermittelte Schätzwert für ß nur zufällig vom Wert ß = 0,5 unterscheiden. Die von *Wermuth* gefundenen Werte für ß liegen für die „Zwangsaktivitäten" Arbeit und Ausbildung bei 0,35 bzw. 0,39, was auf eine Variabilität hindeutet, welche kleiner als diejenige einer poissonverteilten Variablen ist. Leider sind keine entsprechenden Testergebnisse in der zitierten Arbeit wiedergegeben. Die ß-Werte der übrigen Aktivitätskategorien liegen zwischen 0,49 und 0,58 und unterscheiden sich damit nur schwach von dem für die Poisson-Verteilung charakteristischen Wert von 0,5.

Für die Gesamtzahl der täglichen Aktivitäten wird bei *Wermuth* ein ß-Wert von 0,68 angegeben, was darauf hindeutet, daß die Variabilität der Gesamtaktivitätenhäufigkeit größer als die Variabilität ist, die aufgrund einer Poisson-Verteilung zu erwarten wäre. Diese Inhomogenität – genauer, die mangelnde Stabilität der erwarteten Gesamtaktivitätenhäufigkeit je Person – wird auf die Überlagerung der Teilaktivitäten zurückgeführt. Hierzu kann folgendes angemerkt werden: Bei poissonverteilten Teilaktivitätenhäufigkeiten wäre auch die Gesamtaktivitätenhäufigkeit poissonverteilt, sofern die Teilaktivitätenhäufigkeiten voneinander unabhängige Variable wären. Diese Unabhängigkeit zwischen den verschiedenen Aktivitätsarten ist in reiner Form empirisch sicher nicht gegeben, so daß für die Summe der Teilaktivitätenhäufigkeiten die Poisson-Verteilung eine schlechtere Approximation darstellt als dies für die einzelnen Teilaktivitäten der Fall ist.

8) Vgl. *Wermuth, M.,* Struktur und Effekte von Faktoren der individuellen Aktivitätennachfrage als Determination des Personenverkehrs, Bad Honnef 1978.

Abbildung 3.1.1: *Empirische Verteilung der täglichen Aktivitätenhäufigkeit von Personen*



Die zuletzt angesprochenen Ergebnisse werden auch durch eine Untersuchung von *Hautzinger* und *Kessel*[9] gestützt, wo für die Gesamtaktivitätenhäufigkeit ein Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 1{,}81$ (Aktivitäten/Tag) und eine Stichprobenvarianz von $s^2 = 2{,}37$ gefunden wurde. Auch hier streuen also die individuellen Werte der Aktivitätenhäufigkeit stärker als es dem Poisson-Modell entspricht. Durch geeignete Segmentierung der Personen in der Stichprobe läßt sich jedoch zweifellos eine größere Homogenität der beobachteten Aktivitätsmuster und damit eine bessere Anpassungsgüte des Poisson-Modells erreichen. Wie die nachfolgenden Zahlenwerte belegen, ist aber selbst für die nicht segmentierte Stichprobe die Übereinstimmung zwischen empirischer und theoretischer Aktivitätenhäufigkeitsverteilung bereits erstaunlich gut (vgl. Tabelle 3.1.1).

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß empirische Aktivitätenhäufigkeitsverteilungen in vielen Fällen durch entsprechende Poisson-Verteilungen beschrieben werden können.

Tabelle 3.1.1: *Empirische und theoretische Aktivitätenhäufigkeitsverteilung*

Aktivitäten pro Tag	0	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Empirische Häufigkeit (%)	18	35	21	13	7	4	2	1	100
Poisson-Verteilung ($\lambda = 1{,}8$)	17	30	27	16	7	3	1	0	100

Das Poisson-Modell ist insbesondere bei Betrachtung einzelner Aktivitätsarten geeignet. Wegen der Abhängigkeit der Teilaktivitätenhäufigkeiten untereinander sind große Werte der Gesamtaktivitätenhäufigkeit empirisch häufiger zu beobachten, als dies im Fall der Unabhängigkeit zu erwarten ist.

9) Vgl. *Hautzinger, H., Kessel, P.,* Entwicklung eines Individualverhaltensmodells zur Erklärung und Prognose werktäglicher Aktivitätsmuster im städtischen Bereich – Stufe 2, Untersuchung der Prognos AG, Basel, im Auftrag des Bundesministers für Verkehr (FA 70 002/79), Basel 1980.

3.1.2 *Ein Poisson-Regressionsmodell der täglichen Aktivitätenhäufigkeit*

Ein zentrales Problem der Verkehrsnachfrageforschung ist die Erklärung der interpersonellen Unterschiede in der Aktivitätenhäufigkeit. Soweit es um die Zwangsaktivitäten Arbeit und Ausbildung geht, ist im allgemeinen eine Segmentierung nach der Berufstätigkeit ausreichend. Zur Erklärung der Unterschiede im Bereich der „Gelegenheitsaktivitäten" müssen weitere Faktoren herangezogen werden.

Nach der vorausgegangenen Diskussion kann es als gesichert gelten, daß insbesondere die Häufigkeit von Gelegenheitsaktivitäten wie Freizeit oder Versorgung in guter Näherung poissonverteilt ist. Bezeichnet man die Aktivitätenhäufigkeit mit Y und ihren Erwartungswert mit λ, so liegt es nahe, die individuelle „Aktivitätsneigung" λ als Funktion bestimmter Einflußgrößen wie Haushaltsstruktur, Sozialstatus, Lebensphase, Aktivitätenangebot und anderes mehr (zusammengefaßt in einem Vektor $\underline{x}$) zu betrachten. Man kommt so zu einem Poisson-Regressionsmodell der täglichen (Gelegenheits-)Aktivitätenhäufigkeit:

$$E(Y \mid \underline{x}) = g(\underline{x}, \underline{\theta}) \qquad (\underline{\theta} \text{ Parametervektor})$$

Ein solches Poisson-Regressionsmodell der täglichen Aktivitätenhäufigkeit findet sich in der Arbeit von *Hautzinger* und *Kessel*[10)], wobei g als Exponentialfunktion spezifiziert wird. Dort wird die Gesamtaktivitätenhäufigkeit von Personen in Abhängigkeit von den Faktoren Berufstätigkeit, Geschlecht, Alter, Bildungsgrad und Pkw-Verfügbarkeit untersucht. Dabei wird festgestellt, daß neben der Berufstätigkeit vor allem der Bildungsgrad die Aktivitätenhäufigkeit am stärksten beeinflußt. Besonders ausgeprägt erweist sich der Effekt des Bildungsgrades bei weiblichen Personen, die Wechselwirkungen zwischen den Einflußfaktoren sind beträchtlich. Als wenig bedeutsam für die Aktivitätenhäufigkeit stellt sich die Pkw-Verfügbarkeit heraus; dieser Faktor ist vielmehr mit der Verkehrsmittelwahl und der Reiseweite assoziiert.

3.2 Statistische Analyse der Wegehäufigkeit von Haushalten

3.2.1 *Eine Anwendung des Modells der gemischten Poisson-Verteilung*

Das Modell der gemischten Poisson-Verteilung wurde von *Kanafani*[11)] zur Analyse der täglichen Wegehäufigkeit von Haushalten vorgeschlagen. Hierbei wird die Gesamtzahl der Wege aller Haushaltsmitglieder als poissonverteilte Zufallsvariable betrachtet. Die erwartete Wegehäufigkeit λ ist bei *Kanafani* eine lineare Funktion $\lambda = \theta X$ des Haushaltseinkommens X, welches als gammaverteilte Zufallsvariable angesehen wird. Damit ist λ selbst eine Zufallsvariable, deren Verteilung nach der Transformationsregel für Dichtefunktionen durch $\frac{1}{\theta} f(x/\theta)$ gegeben ist, wobei f(x) die Dichtefunktion (Gamma-Verteilung) des Haushaltseinkommens X bezeichnet; man erhält die explizite Form der Dichtefunktion f(x), wenn man in Gleichung (2.3.3) die Variable λ durch x und den Ausdruck $\Gamma(\nu)$ durch $(\nu-1)!$ ersetzt. Die (unbedingte) Verteilung der Wegehäufigkeit Y läßt sich unter diesen Voraussetzungen wie folgt darstellen

10) Vgl. *Hautzinger, H., Kessel, P.*, Entwicklung . . ., a.a.O.
11) Vgl. *Kanafani, A. K.*, An Aggregative Model of Trip Making, in: Transportation Research, Band 6, 1972, S. 119–124.

$$(3.2.1) \qquad P(Y=y) = \left(\frac{\alpha}{\theta+\alpha}\right)^{\nu} \theta^{y} \frac{\nu(\nu+1)\cdot\ldots\cdot(\nu+x-1)}{(\theta+\alpha)^{y}\, y!} \qquad (y=0,1,\ldots)$$

Für die erwartete Wegehäufigkeit erhält man entsprechend

$$(3.2.2) \qquad E(Y) = \theta \frac{\nu}{\alpha} = \theta E(X)$$

und für die Varianz

$$(3.2.3) \qquad \operatorname{var}(Y) = \theta \frac{\nu}{\alpha}\left(1 + \frac{\theta}{\alpha}\right) .$$

Der Parameter θ kann interpretiert werden als Zunahme der erwarteten Wegehäufigkeit bei einer Steigerung des Einkommens um eine Einheit. Für $\theta = 1$ ist die Verteilung (3.2.1) identisch mit der negativen Binomialverteilung (2.3.4).

Wie das eben skizzierte Nachfragemodell anzuwenden ist, liegt auf der Hand: Hat man auf der Grundlage empirisch beobachteter Wegehäufigkeiten von Haushalten den Parameter θ geschätzt, so lassen sich für verschiedene Szenarien der Einkommensverteilung – quantitativ beschrieben durch die Parameter α und ν der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Einkommens – die daraus resultierenden Wegehäufigkeitsverteilungen bestimmen. Der Vorteil gegenüber einem konventionellen Regressionsmodell der Wegehäufigkeit liegt darin, daß man als Kenngröße der zukünftigen Verkehrsnachfrage nicht nur Erwartungswert und Varianz der Wegehäufigkeit erhält, sondern darüber hinaus noch eine Prognose für die Verteilung der Haushalte nach der Zahl der durchgeführten Wege pro Tag gewinnt, wodurch beispielsweise eine zur Prognose des Fahrten- und Fußwegeaufkommens konsistente Prognose des Anteils der immobilen Haushalte möglich wird. Schließlich sind auch Verbesserungen der Genauigkeit im Zusammenhang mit Konfidenzintervallen für die erwartete Wegehäufigkeit und Prognoseintervallen für die Wegehäufigkeit als solche möglich.

3.2.2 *Ein Poisson-Regressionsmodell der Wegehäufigkeit von Haushalten*

In einer empirischen Untersuchung über die zeitliche Stabilität von mittleren Wegehäufigkeiten wurde von *Copley* und *Lowe*[12)] als statistisches Analyseinstrument ein Poisson-Regressionsmodell verwendet. Als abhängige Variablen erscheinen die Häufigkeit von Busfahrten bzw. von Pkw-Fahrten als Fahrer, wobei der Haushalt die Untersuchungseinheit ist. Erklärende Variablen des Modells sind Einwohnerdichte und siedlungsstruktureller Typ des Gebiets, ferner Pkw-Besitz, Führerscheinbesitz und Erwerbstätigkeit der Haushaltsmitglieder sowie Haushaltseinkommen. Sämtliche Erklärungsvariablen wurden als kategorielle Merkmale („Faktoren") definiert, formal handelt es sich also um Null-Eins-Variable des Typs

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{falls Haushalt i beim j-ten Faktor die k-te Ausprägung besitzt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Sofern Faktor j insgesamt m_j Ausprägungen (Kategorien) besitzt, sind mit diesem Faktor $m_j - 1$ derartige Null-Eins-Variablen verbunden.

12) Vgl. *Copley, C., Lowe, S.*, The Temporal Stability of Trip Rates: Some Findings and Implications, Beitrag zum PTRC Summer Annual Meeting 1981, Warwick 1981.

Die Einflußfaktoren erscheinen im Modell zunächst als „Haupteffekte"; der bedingte Erwartungswert der Wegehäufigkeit des Haushalts i besitzt in diesem Fall die Darstellung

$$E(Y_i | \underline{x}_i) = \theta_0 + \sum_j \sum_k \theta_{jk} x_{ijk} \,.$$

Wechselwirkungen („Interaktionseffekte") zwischen den Faktoren können berücksichtigt werden, indem das additive Modell um Terme der Form $x_{ijk} \cdot x_{ij'k'}$ (multipliziert mit einem Parameter) erweitert wird. Bereits in Abschnitt 3.1.2 war auf die Wichtigkeit der Berücksichtigung von Wechselwirkungen hingewiesen worden: Die Art des Einflusses eines Faktors j auf die Wegehäufigkeit kann unterschiedlich sein je nachdem, welche Ausprägung eines anderen Faktors j' vorliegt.

Bei der statistischen Datenanalyse gehen *Copley* und *Lowe* so vor, daß zunächst ein Modell geschätzt wird, welches nur die Konstante θ_0 enthält und als Basismodell dient. Danach werden die Einflußfaktoren der Reihe nach einzeln, in Paaren, in Paaren mit Berücksichtigung von Wechselwirkungen usw. in das Modell eingeführt, und es wird die Verbesserung der Erklärungsgüte im Vergleich zum Basismodell bzw. zum erweiterten Basismodell getestet. Bezüglich der Interaktionseffekte wird hierarchisch vorgegangen, d.h. ein Interaktionseffekt höherer Ordnung wird nur in das Modell aufgenommen, wenn die zugehörigen Interaktionen niedrigerer Ordnung sowie die entsprechenden Haupteffekte bereits im Modell enthalten sind. Mit Hilfe von Chi-Quadrat-Tests kann so das optimale Erklärungsmodell gefunden werden.

3.3 Ein kombiniertes Aktivitäten- und Wegehäufigkeitsmodell

Bei quantitativen Analysen der Verkehrsnachfrage können Poisson-Modelle auch als Teilmodelle umfassenderer Modellsysteme auftreten. Ein Beispiel hierfür ist ein kombiniertes Aktivitäten- und Wegehäufigkeitsmodell[13].

Zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen dem Aktivitätenmuster und dem Wegemuster von Personen – einem der Grundtatbestände der Verkehrsverhaltensforschung – führt man zweckmäßigerweise den Begriff der „Wegekette" ein. Eine Wegekette ist hierbei definiert als eine Folge von Wegen mit der Eigenschaft, daß der erste Weg dieser Folge in der Wohnung beginnt und der letzte Weg in der Wohnung endet (alle dazwischenliegenden Wege haben wohnungsfremde Ziele). Bei gegebener Aktivitätenhäufigkeit ist die Zahl der Wegeketten einer Person also gleich der Zahl der Rückwege zur Wohnung.

Zwischen der täglichen Wegehäufigkeit Y einerseits und der Aktivitätenhäufigkeit N sowie der Zahl der Wegeketten K besteht die Beziehung

(3.3.1) $Y = N + K$.

Die Größen N und K sind voneinander abhängige diskrete Zufallsvariable. Der Wertebereich von K ist von N abhängig: Für N gleich Null bzw. Eins ist stets auch K gleich Null bzw. Eins; ist N=n mit $n \geqslant 2$, so ist der Wertebereich von K durch $\{1, 2, \ldots, n\}$ gegeben.

13) Vgl. *Hautzinger, H.*, Aktivitätsbezogene Verkehrserzeugungsmodelle – Ein neues Konzept zur Personenverkehrsprognose, in: Zeitschrift für Verkehrswissenschaft, 53. Jg. (1982), S. 92–115.

Zur Analyse und Prognose der Verkehrserzeugung benötigt man die Verteilung der Wegehäufigkeit Y, d.h. die Wahrscheinlichkeiten $P(Y = y)$. Diese lassen sich in der Form

$$(3.3.2) \qquad P(Y=y) = \sum_{n=0}^{\infty} P(K=y-n | N=n) P(N=n) \qquad (y=0,1,2,\ldots)$$

darstellen. Gemäß (3.3.2) hängt die Verteilung der Wegehäufigkeit von der Verteilung der Aktivitätenhäufigkeit und der bedingten Verteilung der Zahl der Wegeketten ab. Ein statistisches Modell der Wegehäufigkeit gliedert sich also in zwei Submodelle, nämlich ein „Aktivitätenmodell" und ein „Verkettungsmodell". Für das Aktivitätenmodell bietet sich hierbei naturgemäß die Spezifikation als Poisson-Regressionsmodell an. Überlegungen zur Spezifikation des Verkettungsmodells findet man in der zuletzt zitierten Arbeit.

3.4 Ein Aktivitätenhäufigkeitsmodell auf der Basis eines Poisson-Prozesses der Bedürfnisakkumulation

Von *Westelius*[14] wurde ein Modell der Aktivitätenhäufigkeit entwickelt, welches auf der Hypothese beruht, daß die während eines bestimmten Zeitintervalls beobachtete Zahl der wohnungsfremden Aktivitäten eines Individuums durch einen Prozeß der „Bedürfnisakkumulation" hervorgebracht wird. Ausgangspunkt ist die Unterscheidung von Zwangs- und Gelegenheitsaktivitäten, wobei angenommen wird, daß Gelegenheitsaktivitäten dann ausgeübt werden, wenn das Bedürfnis hierfür einen bestimmten Schwellenwert übersteigt. Das Modell beruht also auf der Vorstellung, daß ausgehend von einem Nullzustand das Bedürfnis nach Ausübung der Gelegenheitsaktivität (z.B. Verwandtenbesuch) wächst, bis das Bedürfnisniveau den Schwellenwert erreicht. Danach wird die betreffende Aktivität ausgeübt, das Bedürfnis sinkt auf Null ab, und der Prozeß der Bedürfnisakkumulation beginnt von neuem. Der Bedürfnisakkumulationsprozeß wird dabei als Poisson-Prozeß angenommen, d.h. die Bedürfnisvariable wächst sprunghaft an mit exponentiell verteilten Zeitabständen zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Sprüngen.

Das eben skizzierte Grundmodell wurde von *Westelius* in verschiedener Hinsicht verallgemeinert. So werden beispielsweise verschiedene Arten von Gelegenheitsaktivitäten unterschieden, und es wird angenommen, daß mit der i-ten Aktivitätsart $k_i \geqslant 1$ Bedürfnisakkumulationsprozesse verbunden sind. Die Größen k_i sind Gewichte, welche die relative Bedeutung der einzelnen Aktivitätsarten widerspiegeln. Eine andere Richtung der Verallgemeinerung besteht darin, daß der Bedürfnisschwellenwert nicht als konstant, sondern als (monoton wachsende) Funktion der Distanz zwischen dem jeweiligen Standort des Individuums und dem Aktivitätsort betrachtet wird. Der Standort des Individuums ist dabei entweder die Wohnung oder ein wohnungsfremder Ort, an welchem eine Zwangs- oder Gelegenheitsaktivität ausgeübt wird.

Westelius führt eine ganze Reihe von Kenngrößen des Verkehrsverhaltens ein, deren Werte natürlich von den Parametern abhängen, welche den bzw. die Bedürfnisakkumulationsprozesse charakterisieren. Zu diesen Kenngrößen gehört beispielsweise die Wahr-

14) Vgl. *Westelius, O.*, The Individual's Way of Choosing Between Alternative Outlets, National Swedish Building Research, Document D17, Stockholm 1973.

scheinlichkeit q_i, mit welcher während eines bestimmten Zeitraums eine Nachfrage nach der i-ten Aktivitätsart auftritt und die (bedingte) Wahrscheinlichkeit p_{ij}, mit welcher in einem Aktivitätsmuster, welches die i-te Aktivitätsart enthält, auch die j-te Aktivitätsart vorkommt. Weitere Kenngrößen sind etwa der Erwartungswert der Zahl der Aktivitäten pro Wegekette oder der erwartete Zeitabstand zwischen zwei Wegeketten. Im allgemeinen werden die interessierenden Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte nicht in analytischer Form dargestellt, sondern mit Hilfe geeigneter Simulationsmethoden numerisch bestimmt.

4. Empfehlungen zur Weiterentwicklung von Poisson-Modellen für die Verkehrsnachfrageforschung

4.1 Statistische Analyse der Verkehrsnachfrage: Orientierung der Analysemethoden am Typ der auszuwertenden Daten

Das Ziel statistischer Analysen von Verkehrsnachfragedaten ist in der Regel entweder
- die Punkt- und Intervallschätzung von bestimmten Maßzahlen (z. B. Mittelwert und Streuung) der Verteilung eines Nachfragemerkmals oder
- das Testen von Hypothesen über die Abhängigkeit gewisser Merkmale, welche die Verkehrsnachfrage beschreiben, von anderen Merkmalen der interessierenden Untersuchungseinheiten (Personen, Haushalte, Betriebe u. ä.).

Die entsprechenden Schätz- und Testverfahren können wesentlich effizienter gestaltet werden, wenn man dem Typ der zu analysierenden Daten explizit Rechnung trägt. In Abschnitt 1.2 war ausgeführt worden, daß viele wichtige Nachfragemerkmale in guter Näherung als poissonverteilt angesehen werden können. Bisher werden diese Nachfragemerkmale jedoch meist mit Hilfe klassischer statistischer Methoden, welche auf der Normalverteilung aufbauen, untersucht; von der wünschenswerten Orientierung der Analysemethoden an der Natur der auszuwertenden Daten kann derzeit also im allgemeinen keine Rede sein.

Es kommt also zunächst einmal darauf an, daß bei der Analyse von poissonverteilten Merkmalen der Verkehrsnachfrage nicht irgendwelche statistischen „Allerweltsmethoden", sondern Methoden, welche den Verteilungstyp (Poisson-Verteilung) explizit berücksichtigen, verwendet werden. Hier ist generell eine Umorientierung in der empirischen Verkehrsnachfrageforschung dringend notwendig.

An drei Beispielen wird gezeigt, in welche Richtung die angesprochenen methodischen Entwicklungen gehen sollten.

Beispiel 1: Aktivitätenhäufigkeit von Personen

In Abschnitt 3.1.1 war angesprochen worden, daß die tägliche Aktivitätenhäufigkeit – wenn man alle wohnungsfremden Aktivitäten betrachtet – in einer Personengesamtheit u. U. stärker variiert als es dem Poisson-Modell entspricht ($s^2 > \bar{x}$). Diese Feststellung legt den Gedanken an folgende Modifikation des Modells nahe:

Annahme 1: Die Zahl der Aktivitäten eines Individuums in aufeinanderfolgenden Zeitperioden gleicher Länge (z. B. Werktage) unterliegt jeweils einer Poisson-Verteilung mit konstantem Erwartungswert λ.

Annahme 2: Die durchschnittliche Aktivitätenrate λ variiert von Person zu Person und unterliegt in der Personengrundgesamtheit einer Gamma-Verteilung.

Gemäß Abschnitt 2.3 unterliegt dann die Aktivitätenhäufigkeit in der Personengrundgesamtheit einer negativen Binomialverteilung, deren Wahrscheinlichkeitsmassefunktion durch (2.3.4) gegeben ist. Dementsprechend ist im modifizierten Modell die Varianz der Aktivitätenhäufigkeit größer als ihr Erwartungswert.

Die Annahme einer in der Grundgesamtheit variierenden durchschnittlichen Aktivitätenrate führt also möglicherweise zu einem realistischeren Modell der Aktivitätenhäufigkeit von Personen. Beim Schätzen der erwarteten Aktivitätenhäufigkeit von Personen, welche zu bestimmten Bevölkerungsgruppen gehören und beim Testen von Hypothesen über die Aktivitätenhäufigkeit sollte gegebenenfalls also vom Modell der Mischung von Poisson-Verteilungen ausgegangen werden.

Beispiel 2: Pkw-Besetzungsgrad

Der mittlere Pkw-Besetzungsgrad ist eine für die Verkehrsplanung überaus bedeutsame Kenngröße der Nachfrage im Individualverkehr. So interessiert beispielsweise die Abhängigkeit dieser Größe von bestimmten Faktoren ebenso wie die Frage ihrer Veränderung im Zeitverlauf. Diesbezügliche statistische Tests sollten unbedingt dem Umstand Rechnung tragen, daß das Merkmal „Zahl der Pkw-Insassen", welches die Ausprägungen 1, 2, . . . besitzt, ausgeprägt rechtsschief verteilt ist. Tests, welche dies nicht berücksichtigen und die Normalverteilung als Näherungsverteilung für den Stichprobenmittelwert benutzen, laufen Gefahr, höchst ungenaue Signifikanzniveaus zu liefern.

Es empfiehlt sich, den Vergleich von zwei oder mehreren mittleren Pkw-Besetzungsgraden als Vergleich der Erwartungswerte von zwei oder mehreren gestutzten Poisson-Verteilungen durchzuführen, da dieses Verteilungsmodell für das Untersuchungsmerkmal adäquat erscheint.

Beispiel 3: Verkehrserzeugung im städtischen Lieferverkehr

Der städtische Wirtschaftsverkehr ist trotz seiner großen Bedeutung bisher nur relativ selten empirisch untersucht worden. Bei einer Analyse der Verkehrserzeugung und -anziehung von Betrieben (Produktions-, Handels- und Dienstleistungsbetriebe) wäre davon auszugehen, daß die Zahl der pro Zeiteinheit vom Betrieb abgehenden bzw. beim Betrieb ankommenden Fahrten von Lieferfahrzeugen einer Poisson-Verteilung unterliegt. Betrachtet man – was sinnvoll ist – den Betrieb als Untersuchungseinheit, so sollten Verkehrserzeugungsmodelle für den städtischen Lieferverkehr also in Form von Poisson-Regressionsmodellen formuliert werden. Verwendet man statt dessen das übliche klassische lineare Regressionsmodell, so besteht wegen der Nichterfüllung der Modellannahmen (Normalverteilung der Fehler und konstante Fehlervarianz) die Gefahr falscher Schlußfolgerungen über die Bestimmungsfaktoren des Volumens der Nachfrage.

4.2 Kausale Modelle der Verkehrsnachfrage: Poisson-Modelle als Grundbausteine formalisierter Theorien der Verkehrsnachfrage

Wenn man die empirisch beobachtete Verteilung eines oder mehrerer Verkehrsnachfragemerkmale nicht als gegeben hinnimmt, sondern vielmehr das Zustandekommen dieser Verteilung aus gewissen empirisch überprüfbaren Verhaltensannahmen ableitet, kann man von kausaler Modellierung der Verkehrsnachfrage sprechen. Da eine direkte Überprüfung der Verhaltenshypothesen u. U. schwierig sein kann, muß man sich manchmal allerdings damit begnügen, zu prüfen, ob die Folgerungen aus den Verhaltensannahmen (hier: die Verteilung der Nachfragevariablen) mit den entsprechenden empirischen Beobachtungen verträglich sind.

An nachfolgendem Beispiel soll gezeigt werden, welche Rolle statistische Poisson-Modelle bei der kausalen Modellierung von Verkehrsnachfragephänomenen spielen können.

Beispiel 4: Erklärung der Häufigkeit und Art von Freizeitaktivitäten

Wir gehen aus von einer Unterscheidung einzelner Freizeitaktivitätsarten und bezeichnen mit Y_i ($i = 1, \ldots, m$) die Zahl der Freizeitaktivitäten des Typs i im Verlauf eines bestimmten Zeitintervalls (z. B. Wochenende) und mit $Y = \Sigma Y_i$ die entsprechende Gesamtzahl der Freizeitaktivitäten. Die Häufigkeiten Y_i sind diskrete Zufallsvariable mit den Realisationen 0, 1, 2, . . . , und es interessiert die gemeinsame Verteilung dieser Zufallsgrößen. Ein Modell hierfür läßt sich auf folgenden Verhaltenshypothesen aufbauen:

Annahme 1: Ein Individuum führt im Zeitverlauf zu gewissen Zeitpunkten Freizeitaktivitäten durch. Die Zeitabstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Freizeitaktivitäten sind als Zufallsgrößen aufzufassen und zwar ist die Wahrscheinlichkeit, daß im Intervall $(t, t + \Delta t)$ eine Aktivität durchgeführt wird, wenn die letzte Aktivität bereits Δt Zeiteinheiten zurückliegt, im wesentlichen proportional zur Intervallänge Δt, d. h. ungefähr gleich $\lambda \cdot \Delta t$. Der Proportionalitätsfaktor $\lambda > 0$ wird „Aktivitätenrate" genannt, er ist ein personenspezifischer Parameter und von den Eigenschaften des Individuums abhängig; die Aktivitätenrate ist ein Maß für die „Aktivitätenneigung" des Individuums.

Annahme 2: Das Individuum ordnet jeder Freizeitaktivitätsart i einen bestimmten „Nutzen" U_i zu. Dieser Nutzen ist keine Konstante, sondern unterliegt gewissen zufälligen Schwankungen (z. B. verursacht von subjektiven „Stimmungen"), was dazu führt, daß – obwohl sich das Individuum stets für die nutzenmaximale Freizeitaktivitätsart entscheidet – doch nicht stets dieselbe Freizeitaktivitätsart ausgeübt wird. Der Nutzen U_i jeder Aktivitätsart ist als Summe einer festen (systematischen) Nutzenkomponente μ_i und einer zufälligen Störvariablen ϵ_i darstellbar. Die systematische Komponente, welche natürlich wesentlich die Wahrscheinlichkeit bestimmt, mit welcher die i-te Aktivitätsart gewählt wird, ist von den Merkmalen der Aktivitätsarten und von Merkmalen der Person abhängig. Die aufeinanderfolgenden Entscheidungen für eine bestimmte Freizeitaktivitätsart sind voneinander unabhängig.

Das aus diesen Annahmen resultierende Mikromodell der Häufigkeit und Art von Freizeitaktivitäten ist eine Verallgemeinerung des Modells der zusammengesetzten Binomialverteilung, man könnte es „zusammengesetztes Multinomialmodell" der individuellen Freizeitaktivitätenhäufigkeit nennen. Aus Annahme 1 folgt nämlich, daß die Gesamtzahl der Freizeitaktivitäten des betrachteten Individuums eine poissonverteilte Zufallsvariable ist; bezeichnet man mit T die Länge des Beobachtungszeitraums, so ist $E(Y) = \lambda T$ die erwartete Zahl der Freizeitaktivitäten insgesamt. Gemäß Annahme 2 ist bei gegebener Gesamthäufigkeit $Y = n$ der Vektor $(Y_1, \ldots, Y_m)$ der Häufigkeiten der einzelnen Aktivitätsarten multinomialverteilt mit den Parametern n und $\theta_1, \ldots \theta_m$, wobei $\Sigma\theta_i = 1$. Die Wahrscheinlichkeiten θ_i ergeben sich, sobald man das in Annahme 2 beschriebene diskrete Wahlmodell (Zufallsmodell des Nutzens) näher spezifiziert; eine besonders praktikable Spezifikation wäre etwa das multinomiale Logit-Modell.

Aus den obigen Modellannahmen kann man weiterhin folgern, daß die Häufigkeiten Y_i jeweils poissonverteilt sind mit dem Erwartungswert $E(Y_i) = \lambda\theta_i T$. Für die vor allem interessierende gemeinsame (unbedingte) Verteilung von $Y_1, \ldots, Y_m$ erhält man die Darstellung

$$P(Y_1=y_1, \ldots, Y_m=y_m) = \frac{(\lambda T)^n \, e^{-\lambda T}}{\prod_{i=1}^{m} y_i!} \prod_{i=1}^{m} \theta_i^{y_i}$$

wobei $y_i = 0, 1, 2, \ldots$ und $n = y_1 + \ldots + y_m$. Näheres findet man in der bereits zitierten Arbeit von *Hautzinger* und *Kessel*.

In der obigen Form ist das Modell ein Mikromodell des Verhaltens eines einzelnen Individuums. Zu einem Modell, welches nicht nur die intra-, sondern auch die interindividuelle Verhaltensvariabilität erklärt, kommt man, wenn man die Freizeitaktivitätsrate λ und die Auswahlwahrscheinlichkeiten $\theta_1, \ldots, \theta_m$ für die verschiedenen Freizeitaktivitätsarten explizit in Abhängigkeit von gewissen Bestimmungsgrößen betrachtet. Dies läuft aber – wie man sich leicht überlegt – auf die Kombination eines Poisson-Regressionsmodells für die Gesamtzahl der Freizeitaktivitäten mit einem diskreten Wahlmodell (z. B. multinomiales Logit- oder Probit-Modell) für die verschiedenen Aktivitätsarten hinaus.

Eine andere Möglichkeit vom Mikromodell des Verhaltens einzelner Individuen zu einem Modell zu kommen, welches das aggregierte Nachfrageverhalten einer ganzen Personengruppe erklärt, wäre die Annahme, daß die Aktivitätenrate λ in der Population (etwa gemäß einer Gamma-Verteilung) variiert und daß die Auswahlwahrscheinlichkeiten θ_i für die einzelnen Aktivitätsarten ebenfalls einer bestimmten Verteilung unterliegen. Das Verteilungsmodell für die Parameter $\theta_1, \ldots, \theta_m$ müßte natürlich berücksichtigen, daß $\theta_i \in (0,1)$ und $\Sigma\theta_i = 1$. In Betracht käme also z. B. eine Verallgemeinerung des Binomial-Beta-Modells[15].

Das eben skizzierte Beispiel zeigt, daß Poisson-Modellen bei der Entwicklung formalisierter Theorien der Verkehrsnachfrage eine erhebliche Bedeutung zukommt, die daraus resultiert, daß die Poisson-Verteilung das geeignete Verteilungsmodell für die der Verkehrsnachfrage zugrunde liegenden Aktivitätennachfrage ist. Im übrigen sei noch daran erinnert, daß Anregungen hinsichtlich der Anwendung von Poisson-Modellen in der Verkehrsnachfrageforschung auch aus anderen Zweigen der Verhaltenswissenschaft, insbesondere der Theorie des Konsumentenverhaltens, gewonnen werden können. Ein typisches Beispiel hierfür wäre etwa ein Poisson-Modell für die Kaufhäufigkeit von Konsumartikeln[16].

15) Vgl. *Shapiro, S. S., Gross, A. J.*, Statistical Modelling Techniques, New York-Basel 1981.

16) Vgl. *Chatfield, C., Goodhardt, G. J.*, A Consumer Purchasing Model with Erlang Inter-Purchase Times, in: Journal of the American Statistical Association, Band 68, Nr. 344, 1973, S. 828–835.

Summary

It has long been recognized that the statistical Poisson model is one of the most powerful analytical tools for traffic flow and accident investigations. In studies of passenger and goods transport demand, however, only a few examples can be found, where Poisson models have been applied. The present paper shows that the Poisson distribution is the appropriate model for many transport demand phenomena, especially those related to the aspect of transport demand generation. It is demonstrated that statistical analyses of transport demand data can be made significantly more efficient if the empirical distributions under consideration are approximated by a Poisson model instead of using the normal distribution theory. A variety of actual and potential applications of the Poisson distribution and Poisson process model are discussed.

56. Jahrgang — Heft 4 — 1985

ZEITSCHRIFT FÜR VERKEHRSWISSENSCHAFT

INHALT DES HEFTES:

Zuschriften für die Redaktion sind zu richten an
Prof. Dr. Rainer Willeke
Institut für Verkehrswissenschaft an der Universität zu Köln
Universitätsstraße 22, 5000 Köln 41

Schriftleitung:
Prof. Dr. Herbert Baum
Universität Essen-Gesamthochschule
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Universitätsstraße 12, 4300 Essen 1

Herstellung - Vertrieb - Anzeigen:
Verkehrs-Verlag J. Fischer, Paulusstraße 1, 4000 Düsseldorf 14
Telefon: (02 11) 67 30 56, Telex: 8 58 633 vvfi

Einzelheft DM 18,50, Jahresabonnement DM 67,—
zuzüglich MwSt und Versandspesen.

Für Anzeigen gilt Preisliste Nr. 7 vom 1. 1. 1978.

Erscheinungsweise: vierteljährlich.